

## **PRIMER PRETORNEO 2017 JUVENIL**

- 1.** Decidir si existen cinco números enteros positivos tales que los diez números que resultan de sumar de a dos esos cinco enteros terminen en dígitos distintos.  
(Si la respuesta es sí, dar los cinco números, si es no, explicar porqué.)  
4 PUNTOS
- 2.** Hay que elegir cuatro puntos sobre una misma recta más un punto fuera de dicha recta de modo que entre los seis triángulos que estos cinco puntos determinan haya la mayor cantidad posible de triángulos isósceles. ¿Cuántos triángulos isósceles puede haber?  
5 PUNTOS
- 3.** Alrededor de una circunferencia hay 100 puntos rotulados con los enteros positivos de 1 a 100, sin repetir, y en un orden arbitrario.
- a) Demostrar que esos puntos se pueden unir de a dos mediante 50 segmentos (cuerdas) que no se intersecan de modo que para cada segmento la suma de los rótulos de sus dos extremos sea impar.  
3 PUNTOS
- b) Determinar si esos puntos se pueden unir de a dos mediante 50 segmentos (cuerdas) que no se intersecan de modo que para cada segmento la suma de los rótulos de sus dos extremos sea par.  
2 PUNTOS
- 4.** Se tienen 100 cajas: la primera caja tiene una cereza, la segunda tiene dos cerezas, la tercera tiene 4 cerezas, y así siguiendo, la caja número  $100$  tiene  $2^{99}$  cerezas. Un zorro decide emparejar las cajas. En cada paso, elige dos cajas, junta todas las cerezas y las reparte entre esas dos cajas en partes iguales. Si al repartir sobra una cereza, se la come. Repite el procedimiento hasta que todas las cajas tienen igual número de cerezas. Determinar el menor número de cerezas que pueden quedar en cada caja.  
6 PUNTOS

## **INFORMACIÓN GENERAL**

**0.** ESTA PRUEBA ES LA PRIMERA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 39° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2017 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2018.

**1.** EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2017, INCLUSIVE.

EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2017, INCLUSIVE.

**2.** LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

**3.** LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

**4.** NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

**5.** AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

**6.** PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**7.** PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**8.** LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 39° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SE REALIZARÁ EL 12 DE JUNIO.

**9.** LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 39° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE

**PRIMER PRETORNEO 2017  
MAYOR**

1. Sea  $ABCD$  un paralelogramo. Consideramos un punto  $K$  tal que  $AK = BD$  y sea  $M$  el punto medio de  $CK$ . Demostrar que  $BMD = 90^\circ$ .

4 PUNTOS

2. Hay que elegir 100 puntos sobre una misma recta más un punto fuera de dicha recta de modo que entre los 4905 triángulos que estos 101 puntos determinan haya la mayor cantidad posible de triángulos isósceles. ¿Cuántos triángulos isósceles puede haber?

5 PUNTOS

3. Se tienen 100 cajas: la primera caja tiene una cereza, la segunda tiene dos cerezas, la tercera tiene 4 cerezas, y así siguiendo, la caja número 100 tiene  $2^{99}$  cerezas. Un zorro decide emparejar las cajas. En cada paso, elige dos cajas, junta todas las cerezas y las reparte entre esas dos cajas en partes iguales. Si al repartir sobra una cereza, se la come. Repite el procedimiento hasta que todas las cajas tienen igual número de cerezas. Determinar el mayor número de cerezas que puede comer el zorro.

5 PUNTOS

4. Sea  $n$  un número entero positivo. Un  $n$ -minó es una figura que consta de  $n$  cuadrados unitarios unidos por sus lados. Malena tiene un 100-minó que se puede dividir en dos 50-minós congruentes (iguales) y también se puede dividir en 25 tetraminós (4-minós) congruentes. Demostrar que es posible dividirlo en 50 dominós.

6 PUNTOS

## **INFORMACIÓN GENERAL**

**0.** ESTA PRUEBA ES LA PRIMERA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 39° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2017 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2018.

**1.** EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2017, INCLUSIVE.

EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2017, INCLUSIVE.

**2.** LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

**3.** LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

**4.** NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

**5.** AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

**6.** PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**7.** PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**8.** LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 39° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SE REALIZARÁ EL 12 DE JUNIO.

**9.** LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 39° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.